國立基隆高中　110 學年度 第一學期　高三數學 B　晨間演練

日期：110/12/15　範圍：複習講義第十單元

班級＿＿＿＿座號＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿

一、單選題：（一小題 10 分）

1. （　　）下列哪一個角度是第三象限角？　(A)$\frac{4}{3}\pi°$　(B)π　(C)$\pi+\pi°$　(D)$\frac{3\pi}{2}$　(E)$2\pi°$

解答　C

解析　(A)╳：$\frac{4}{3}\pi°\approx\frac{4}{3}\times3.14°$，終邊落在第一象限　(B)╳：$\pi$ 終邊落在 x 軸上　(C)○：$\pi+\pi°\approx180°+3.14°$，終邊落在第三象限　(D)╳：$\frac{3\pi}{2}$ 終邊落在 y 軸上　(E)╳：$2\pi°\approx6.28°$，終邊落在第一象限

2. （　　）試問在 $0\le x\le2\pi$ 的範圍中，$y=3\sin x$ 的函數圖形與 $y=2\sin2x$ 的函數圖形有幾個交點？（已知 $\sin2x=2\sin x\cos x$）

(A)2 個交點　(B)3 個交點　(C)4 個交點　(D)5 個交點　(E)6 個交點

解答　D

解析　解 $\begin{cases}y=3\sin x\\y=2\sin2x\end{cases}\Rightarrow3\sin x-2\sin2x=0\Rightarrow3\sin x-4\sin x\cos x=0$

$\Rightarrow\sin x(3-4\cos x)=0\Rightarrow\sin x=0$ 或 $\cos x=\frac{3}{4}$，

因為 $0\le x\le2\pi$，所以 $x=0$、π、2π、α、$2\pi-\alpha$，

其中 $\cos\alpha=\frac{3}{4}$，$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，共 5 個解，即兩圖形共有 5 個交點

二、多選題：（一小題 10 分）

3. （　　）關於 100 弧度的敘述，下列選項哪些是正確的？　(A)100 弧度的終邊落在第四象限　(B)100 弧度的終邊落在第二象限　(C)100 弧度的最小正同界角約為 $100-31\pi$　(D)100 弧度的最大負同界角約為 $100-32\pi$　(E)$(\sin100,\cos100)$ 在第二象限

解答　AE

解析　∵1 弧度$\approx57.3°$，∴100 弧度$\approx5730°=360°\times15+330°$

(A)○：100 弧度為第四象限角　(B)╳：承(A)

(C)╳：∵100 弧度$\approx15\times2\pi+\frac{11\pi}{6}$，∴最小正同界角約為 $100-30\pi$

(D)╳：承(C)，最大負同界角約為 $100-32\pi$

(E)○：承(A)，∵100 弧度為第四象限，∴$(\sin100,\cos100)$ 在第二象限

4. （　　）下列哪些函數圖形的週期為 2π？　(A)$y=2\sin x$　(B)$y=\sin2x$　(C)$y=\sin x+2$　(D)$y=2\sin x-1$　(E)$y=|\sin x|$

解答　ACD

解析　(A)○：2π　(B)╳：$\frac{2\pi}{2}=\pi$

(C)○：2π　(D)○：2π　(E)╳：π

三、填充題：（一小題 10 分）

5. 化簡 $\sin\frac{4\pi}{3}-\cos\frac{5\pi}{6}+\tan\frac{3\pi}{4}+\cos\pi=$_____。

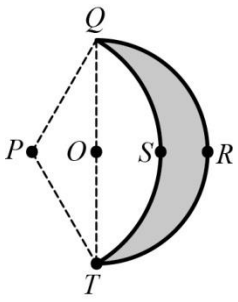
解答　-2

解析　$\sin\frac{4\pi}{3}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，　$\cos\frac{5\pi}{6}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\tan\frac{3\pi}{4}=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}=-1$，　$\cos\pi=-1$，

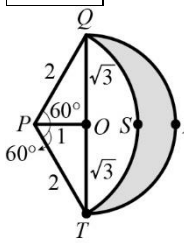
$\therefore$所求$=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-1-1=-2$。

6. 設計師為天文館設計以不銹鋼片製成的月亮形狀，其中有一款設計圖如圖所示：圖中，圓弧 QRT 是一個以 O 點為圓心，$\overline{QT}$ 為直徑的半圓，$\overline{QT}=2\sqrt{3}$。圓弧 QST 的圓心在 P 點，$\overline{PQ}=\overline{PT}=2$。圓弧 QRT 與圓弧 QST 所圍出的灰色區域 $QRTSQ$ 即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為 $a\pi+\sqrt{b}$，其中 π 為圓周率，a 為有理數，b 為整數，則(1)$a=$_____（化為最簡分數），(2)$b=$_____。



解答　①$\frac{1}{6}$　②3

解析　鋪色面積= 半圓 $OQRT$ 面積 − 弓形 $OQST$ 面積



$=\pi\times(\sqrt{3})^2\times\frac{1}{2}-(\frac{1}{2}\times2^2\times\frac{2\pi}{3}-\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin120°)=\frac{3}{2}\pi-\frac{4}{3}\pi+\sqrt{3}=\frac{1}{6}\pi+\sqrt{3}$，

所以 $a=\frac{1}{6}$，$b=3$。

7. 有一時鐘的時針長度為 5 公分，分針長度為 8 公分。假設時針針尖每分鐘所移動的弧長都相等。

(1) 試求時針針尖每分鐘所移動的弧長。
(2) 已知時針針尖與分針針尖距離為 7 公分，求時針和分針所夾的角度。
(3) 試問在六點與六點半之間，時針針尖與分針針尖的距離最接近 7 公分是在六點幾分（取至最接近的整數分鐘）？

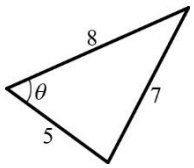
解答　(1)$\frac{\pi}{72}$　(2)60°　(3)六點 22 分

解析　(1) 分針走 60 小格 ⇒ 時針走 5 小格，所以分針走 1 小格（1 分鐘）

⇒ 時針走$\frac{1}{12}$小格，又 1 小格$=6°=\frac{\pi}{30}$（弧度），所以$\theta=\frac{1}{12}\times\frac{\pi}{30}=\frac{\pi}{360}$。

弧長$=r\theta=5\times\frac{\pi}{360}=\frac{\pi}{72}$。

(2) 設所夾角度為 θ，則$\cos\theta=\frac{8^2+5^2-7^2}{2\times8\times5}=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=60°$。



(3) 設六點 x 分，則$(180°+0.5°x)-6°\times x=60°\Rightarrow x\approx21.8$，

故取 $x=22$（分），故時間在六點 22 分。

